# gzn010102　「算術演算と精度」解答解説

## 問１　エ

四則演算に関する問題である。

```
  ００００１１１０
＋１００００１００
  １００１００１０
```

２進数１００１００１０を１０進数に変換する。

補数を求めると、０１１０１１１０となり、１０進数に変換すると

６４＋３２＋８＋４＋２＝１１０

答えはー１１０となり、求める答えはエとなる。

## 問２　イ

２進数の四則演算に関する問題である。

１６進数３Ｅを２進数に変換すると、$(３Ｅ)_{16}$＝$(００１１１１１０)_{2}$となり、８桁の２進数１０１１０１０１との和を求めると次のようになる。

```
  １０１１０１０１
＋００１１１１１０
  １１１１００１１
```

負数は２の補数表現であるから、２進数１１１１００１１の２の補数００００１１０１を求め、これを１０進数に変換して、８＋４＋１＝１３

加算結果は負数であるから－１３となり、求める答えはイとなる。

## 問３　エ

四則演算に関する問題である。

最後の答えが８進数であるから、２進数に統一して和を求め、その結果を８進数に変換する。

１６進数を２進数に変換すると、０００１００１０００１１

８進数を２進数に変換すると、００１０１００１１

両者の和を求めると

```
０００１００１０００１１
     ００１０１００１１
０００１０１１１０１１０
```

８進数に変換すると、５６６となり、求める答えはウとなる。

## 問４　エ

２進数の四則演算に関する問題である。

１６進数のＡ９を２進数に変換すると、１０１０１００１

１６進数のＢ５を２進数に変換すると、１０１１０１０１

両者の和は１０１０１１１１０となる。

これを８進数に変換すると、５３６となる。求める答えはエとなる。

## 問５　ウ

２進数の四則演算に関する問題である。

２進数の和を求める。

１．１０１１＋１．１１０１＝１１．１０００

整数部分の変換は$(11)_2=(3)_{10}$、小数部分の変換は$(0.1)_2=(0.5)_{10}$となる。従って、求める１０進数の値は３．５となり、求める答えはウとなる。

## 問６　イ

２進数のビットシフトに関係する問題である。

１０進数９の２進数は１００１であるから、元の２進数を左に３ビットシフトした値に元の２進数を加算して求めることができる。

$(9)_{10}=(1001)_2=(1000+1)_2$

アは２ビットシフトで４倍、１ビットシフトで２倍で、両者を加算して６倍となる。

イは３ビットシフトで８倍、元の２進数を加算して９倍となる。求める答えはイとなる。

ウは３ビットシフトで８倍となる。

エは９ビットシフトして$2^9$倍となる。

## 問７　ウ

２進数の四則演算に関する問題である。

次の手順で求める。

①　１６進数の小数を２進数に変換する。

②　$2^n$倍の掛け算はビットを左にｎビットシフトする、$2^n$倍のわり算はビットを右にｎビットシフトする。

③　４倍であるから、$2^2$で、左に２ビットシフトすればよいことになる。

１６進小数を２進数に変換する。

$(0.FEDC)_{16}$＝０．１１１１１１１０１１０１１１００となる。

４倍することは、左に２ビットシフトすることであるから、次のようになる。

００１１．１１１１１０１１０１１１００００＝３．ＦＢ７０

となり、求める答えはウとなる。

## 問８　ア

シフト演算に関する問題である。

１０進数の１０を２進数に変換すると、$10=(1010)_2$となる。従って、正の整数ｘを左に１ビットシフトした結果と３ビットシフトした結果を求め、その和を求めればよいことになる。

従って、まず、ｘを２ビット左にシフトした結果にｘを加算し、その結果を左に１ビットシフトすればよい。求める答えはアとなる。

アの場合、１００＋１＝１０１、１０１０→１０倍

イの場合、１００＋１＝１０１、１０１００→２０倍

ウの場合、１０００＋１００＝１１００→１２倍

エの場合、１０００＋１＝１００１、１００１０→１８倍

## 問９　ウ

ビットシフトを利用した四則演算に関する問題である。

ｘの値を２ビット左にシフトすると、$x \times 2^2$となる。

この値にｘを加算すると、$x \times 2^2 + x = x \times (2^2 + 1) = 5x$

求める答えはウとなる。

## 問10　ア

２進数の乗算に関する問題である。

１０進数の３を２進数に変換すると、３＝１１

$b_1 b_2 \cdots b_n$の３倍は、$b_1 b_2 \cdots b_n 0 + b_1 b_2 \cdots b_n$となる。

求める答はアとなる。

## 問11　ウ

あふれに関する問題である。

次の手順で求める。

① 解答群の４個のデータの２進数を求め、１ビット左にシフトしてあふれを確認する。

② 残りの２進数が５７９Ａの２進数になることを確かめる。

アの２ＢＣＤの２進数は、００１０１０１１１１００１１０１で、１ビット左にシフトすると、０１０１０１１１１００１１０１０となるが、あふれは発生しない。

イの２Ｆ３４の２進数は、００１０１１１１００１１０１００で、１ビット左にシフトすると、０１０１１１１００１１０１０００となり、１６進数で５Ｅ６８となる。

ウのＡＢＣＤの２進数は、１０１０１０１１１１００１１０１で、１ビット左にシフトすると、０１０１０１１１１００１１０１０となり、あふれが発生し、１６進数は５７９Ａとなる。求める答えはウとなる。

エのＡＦ３４の２進数は、１０１０１１１１００１１０１００で、１ビット左にシフトすると、０１０１１１１００１１０１０００となり、あふれが発生するが、１６進数は５Ｅ６８となる。

## 問12　イ

算術シフトに関する問題である。

絶対値の１００を８ビットの２進数変換すると、０１１００１００となる。

２の補数を求めると、１００１１１００となる。

３ビット右へ算術シフトすると、１１１１００１１となる。

この２進数の補数を求めると、００００１１０１となる。

この２進数を１０進数に変換すると１３となる。答えはー１３となり、求める答えはイとなる。

## 問13　ア

基数変換、論理シフトに関する問題である。

次の手順で求める。

①　１６進数を２進数に変換する。

②　右に２ビット論理シフトする。

③　結果の２進数を１６進数に変換する。

１６進数ＡＢＣＤを２進数に変換すると、１０１０１０１１１１００１１０１となる。この２進数を２ビット右に論理シフトすると、００１０１０１０１１１１００１１となる。２進数を１６進数に変換すると、２ＡＦ３となる。求める答えはアとなる。

## *問14　エ*

算出シフトに関する問題である。

レジスタの数値は負であるから、先頭ビットは１であり、次の範囲の２進数である。

１００００００～１１１１１１１１

算術シフトでは符号はシフトの対象にならないため、シフト結果の先頭ビットは１である。また、右に算術シフトした空きの桁には符号ビットと同じビットが入るため、先頭の５ビットは１１１１１……となる。先頭の５ビットが１のものはエである。求める答えはエとなる。

ア、イは先頭ビットが０であり、正しくない。

ウは４ビット右へ算術シフト結果の表現として正しくない。

## *問15　ウ*

２進数の四則演算に関する問題である。

８ビットの２進数１１０１００００を２ビット右に算術シフトすると、１１１１０１００となる。

２進数の減算は

００○１０１００－１１１１０１００＝０００１０１００＋００００１１００

＝００１０００００

求める答えはウとなる。

## *問16　ウ*

２進数の四則演算に関する問題である。

１０進数の７は、２進数で表すと１１１で、３２＝$2^5$＝１０００００である。

７÷３２は２進数で計算すると　１１１÷１０００００となり、１１１を右へ５ビットシフトすればよい。即ち、０.００１１１となる。求める答えはウとなる。

１０００００の場合、０の数は５個であり、割り算であるから右に５ビットシフトする。

## *問17　エ*

２進数の四則演算に関する問題である。

２進数の割り算を右へのビットシフトに置き換えて考える。２進数で表した場合、０の数だけ、掛け算の場合は左に、割り算の場合は右にビットシフトすればよい。小数の割り算は、その逆数の掛け算に変わることを利用する。

０.００１１を０.００１(＝１／１０００)で割ることは、１０００を掛けることに等しい。

従って、２進数０.００１１を左に３ビットシフトすればよいことになり、答えは１.１となる。求める答えはエとなる。

## *問18　イ*

基数と四則演算に関する問題である。

左辺の減算を解答群の基数に基づいて演算すると、次のようになる。

アの６進法　１３１－４５＝４２≠５３

イの７進法　１３１－４５＝５３、答えは７進数となり、求める答えはイとなる。

ウの８進法　１３１－４５＝６４≠５３

エの９進法　１３１－４５＝７５≠５３

## *問19　エ*

論理シフトに関する問題である。

次の手順で考える。

①　現在のビットパターンの値をＡと仮定する。

②　２ビット左に論理シフトした値とＡの関係を求める。

③　３ビット右に論理シフトした値とＡの関係を求める。

④　②と③で求めた結果の比を考える。

１６ビットのレジスタの内容をＡとすると、２ビット左へ論理シフトした値「０」は$2^{2}$×Ａとなる。また、右へ３ビット論理シフトした値「６」は$2^{-3}$×Ａである。

「０」／「６」＝$2^{2}$×Ａ／$2^{-3}$×Ａ＝$2^{2}$×$2^{3}$＝$2^{5}$＝３２となり、求める答えはエとなる。

## *問20　ア*

右に算術シフトした場合の余りに関する問題である。

負数を２の補数で表す場合の２進数を１０進数の４で割る場合であるから、右に２ビット算術シフトすることになる。

①　符号が正の場合、余りはオーバフローしたビットの値になる。オーバフローするのが　１１の場合であるから、符号が正の場合は余りは３になる。

②　符号が負の場合、ｎビットオーバフローすると、ｎビットの値から$2^{n}$を引いた結果が余りとなる。オーバフローするのが１１の場合であるから、２進数の１１は１０進数の３であり、その値から$2^{2}$を引いた値が余りになる。符号が負の場合の余りは３－$2^{2}$＝－１となる。

アは２進数の符号が正の場合で、余りは３となり、正しい。求める答えはアとなる。

イは負の場合で余りは３－４＝－１となるため正しくない。

ウ、エは正の場合は３、負の場合は－１であるから正しくない。

## *問21　ア*

あふれに関する問題である。

整数の演算結果があふれを発生させるのは、次の場合である。

①　同符号の加算である。従って、ａまたはｄの場合である。

②　異符号の減算である。従って、ｆまたはｇの場合である。

③　加算結果の符号が変化する。

この表では加算結果の符号の変化については評価できない。従って、可能性のある①、②の場合が求める答えとなり、ａ、ｄ、ｆ、ｇの場合で、求める答えはアとなる。

## 問22　ウ

情報落ちに関する問題である。

アの打ち切り誤差は、無限回計算すれば正しい値が得られる計算を途中で打ち切ったために発生する誤差である。

イの桁落ちは、絶対値のほぼ等しい２つの数の絶対値の差を求めたときに、有効桁数が減じてアンダーフローの現象を起こすことである。

ウの情報落ちは、絶対値の大きな値と小さな値を加算するとき、指数部を揃えるときに小さな値が右に大きくシフトし、表現可能な範囲をはずれて無視されることにより、発生する誤差である。求める答えはウとなる。

エの絶対誤差は、真の値と実測値の差である。

## 問23　エ

計算機の誤差に関する問題である。

浮動小数点演算は指数部の値を合わせるとき、仮数部をビットシフトする。この場合、加算する２つの数値の指数部の値の差が大きいと、小さい方の数値が情報落ちになり誤差となる。絶対値の大きい数値から計算を進めると、小さい数値を加算する段階で情報落ちが生じる。従って、絶対値の小さいものから加算すると誤差が小さくなる。

絶対値の大きい範囲の加算では、オーバフローが発生しやすく、絶対値の小さい範囲の加算ではアンダーフローが発生しやすい。アンダフローよりオーバフローの方が誤差が大きい。従って、絶対値の小さい方から計算する。絶対値の小さいものから大きいものへ計算し、加算、減算を組み合わせ計算する方式が最も誤差が小さくなる。従って、絶対値の昇順に並べ替えて計算する。

アは、正数の絶対値の大きいものから計算をはじめ、負数の絶対値の大きいものへと計算をしていく手順であり、正数の領域では情報落ちが発生し、更にアンダーフローやオーバフローが発生しやすく誤差が生じやすい。

イは、負数の絶対値の大きいものから計算を初めて、正数の絶対値の大きいものへと計算をしていく手順であり、負数の領域で情報落ちが発生し、更にアンダーフローやオーバフローが発生しやすく誤差が生じやすい。

ウは、正数負数に関係なく、絶対値の大きいものから順に正数は加算、負数は減算する方法であり、情報落ちやオーバフローの誤差が生じやすい。

エは、正数負数の関係なく、絶対値の小さいものから順次大きいものへ、正数は加算し、負数は減算する計算法で誤差の発生が最も小さい。求める答えはエとなる。

## 問24　イ

丸め誤差に関する問題である。

１０進数小数を２進数に変換すると

アの０．２５は０．０１となる。

イの０．４５は０．０１１１００１１００……となり、循環小数となる。求める答えはイとなる。

ウの０．５は０．１となる。

エの０．７５は０．１１となる。

### 問25　エ

桁落ちに関する問題である。

桁落ちは絶対値のほぼ等しい２つの値の差を求めたときに、有効桁数が減じてアンダーフローを起こすことである。検討対象は、指数部の値が最も等しく、減算が実行されているものである。

指数部の値が最も等しく、減算はエである。求める答えはエとなる。

ア、ウは加算である。イは指数部が異なる。ア、イ、ウは演算を行う場合に指数調整が必要であり、情報落ちが発生しやすい。

### 問26　エ

計算機の誤差に関する問題である。

浮動小数点演算における誤差の発生は、情報落ち、桁あふれ、桁落ちがある。ここで問題になっているのは情報落ちと桁落ちである。

情報落ち：絶対値の大きな値と小さな値を加算すると、指数部を揃えるときに小さな値が無視される。

桁落ち　：ほぼ等しい値を減算すると結果が小さい値になり表現不能になる。

桁あふれ：絶対値の大きい範囲の加算では、オーバフローが発生しやすく、絶対値の小さい範囲の加算ではアンダーフローが発生しやすい。

加算による誤差の発生は情報落ちであり、減算による誤差の発生は桁落ちである。計算の順序は加算、減算であるから、情報落ち、桁落ちになる。求める答えはエとなる。

### 問27　ウ

計算機の誤差と正規化に関する問題である。

アの切り上げは、決められた桁より小さい桁の数値を無視し、決められた桁の１桁上の桁の数値に１を加算することである。

イの切り捨ては、アの場合の１桁上の１の加算をしない場合である。

ウの正規化は、浮動小数点数表示の仮数部分の決められた数値範囲内に全数値を収めるように修正することである。０以外の数値に対して仮数部の絶対値の最上位桁が０以外になるように桁合わせをする操作である。表現する実数の値は変わらないので、それに応じて指数部を調整する。求める答えはウとなる。

エの丸めは、１０進数の小数を２進数の小数に変換する場合、２進数のビットを有限桁数にすると、有限桁以上の桁のビットは切り捨てられてしまうことによって生じる誤差である。

### 問28　ウ

計算機誤差の情報落ちに関する問題である。

演算する２つの数を指数の大きい方に指数調整するため、仮数部のビットを右にシフトする必要がある。このシフト量が２３ビット以上になると情報落ちが発生する。

アは２つの数値を$2^{-15}$に合わせるため、前者の１０．１０１を１ビット右にシフトする。

イは２つの数値を$2^{16}$に合わせて演算するためシフトの必要がない。

ウは２つの数値を$2^{18}$に合わせるため、後者の１．０１を２３ビット右にシフトする。０１の桁が情報落ちになる。求める答えはウとなる。

エは２つの数値を$２^{２１}$に合わせるため、前者の１．００１を１ビット右にシフトする。

### 問29　ア

桁落ちに関する問題である。

桁落ちは、絶対値のほぼ等しい二つの数の差を求めたときに、有効桁が減じるために発生する誤差である。

アは桁落ち、イは桁あふれ、ウは丸め誤差、エは情報落ちである。求める答えはアとなる。

### 問30　エ

丸め誤差に関する問題である。

１０進数の小数０．１、０．２、…、０．４、０．５、…、０．９を２進数に変換した場合、循環小数になるかどうかを検討する。２進数を１０進数に変換する場合は必ず有限桁で表現できる。

ア、イの２進数で有限桁の小数は１０進数に変換すると有限桁である。ア、イは誤りである。

ウの１０進数での有限桁の小数は２進数に変換すると有限桁で表現できる場合がある。従って、誤りである。

エの１０進数で有限桁の小数は、２進数に変換すると有限桁とは限らない。正しい。（例）$（０．５）_{１０}=（０．１）_{２}$ 有限桁、$（０．２）_{１０}=（０．００１１００１１…）_{２}$ 有限桁でない。求める答えはエとなる。

### 問31　イ

丸め誤差に関する問題である。

丸め誤差とは、数表現のけた数を有限けたにする場合に、切り捨て、切り上げ、４捨５入等によって生じる誤差である。１０進数の小数を２進数に変換する場合などに発生する。

アは桁あふれ、イは丸め誤差、ウはけた落ち、エは情報落ちである。求める答えはイとなる。

### 問32　ウ

丸め誤差に関する問題である。

１０進数の小数を８進数の小数に変換し、循環小数になるかどうかを確認する。１０進数の小数を８進数に変換するには、小数部分を８倍し、２進数の小数の場合と同様の操作で計算する。

アの０．３を８進数に変換すると、０．２３１４６３１４６３１４６……となる。

イの０．４を８進数に変換すると、０．３１４６３１４６３１４６……となる。

ウの０．５を８進数に変換すると、０．４となる。求める答えはウである。

エの０．８を８進数に変換すると、０．６３１４６３１４６３１４……となる。

### 問33　エ

基数変換と誤差との関係に関する問題である。

１０進数の小数を２進数に変換すると、無限小数になる場合と有限小数で表すことができる場合がある。無限小数になる場合、それを有限桁で表すと誤差が発生する。逆に、２進数を１０進数に変換すると、すべて誤差なく変換し、有限桁で表すことができる。

アは、有限小数になる場合と無限小数になる場合がある。１０進数の０．５は有限小数であるが、

０．２や０．３などは無限小数になる。

イ、ウは、前者では無限小数になる場合があり、後者は必ず有限小数になる。両方とも誤りである。

エの前者は有限小数になることも無限小数になることもあり、後者は必ず有限小数になるの記述は正しい。求める答えはエとなる。

## 問34　イ

桁落ちに関する問題である。

符号部１ビット、指数部７ビット、仮数部８ビットの次の浮動小数点形式の２進数を計算すると、仮数部の有効桁数が減少する。

００１１００１１１１１１１１１１－００１１００１１１１１１１１１０

＝００１１００１１０００００００１

求める答えはイとなる。

## 問35　イ

四捨五入と計算精度の変化に関する問題である。

① ０、１、２、３、４の数値は切り捨てられる。切り捨てられる量は、０、１、２、３、４である。

② ５、６、７、８、９の数値が切り上げられる。切り上げられる量は、５、４、３、２、１である。

四捨五入で切り捨てられるのは、０～４でこの間の数値が同じ確率で発生すると、切り捨てられる期待値は（０＋１＋２＋３＋４）／５＝２となる。切り上げられる数字は、５～９でその場合の切り上げられる期待値は、同様に計算すると、（５＋４＋３＋２＋１）／５＝３となる。

従って、全体の四捨五入による数値の増減の期待値は３－２＝１となり、四捨五入の結果、計算値は大きくなる。求める答えはイとなる。

## 問36　ア

基数変換に関する問題である。

アの２進数の有限小数を１０進数に変換する場合、…、$2^{2}$、$2^{1}$、$2^{0}$、$2^{-1}$、$2^{-2}$、…を２進数の各桁に乗じてその結果の和を求める。従って、結果は有限の値になる。求める答えはアとなる。

イの８進数の有限小数を２進数に変換するには、各桁の値を３ビットの２進数に置き換えればよい。従って、必ず２進数の有限小数になる。

ウの８進数を１０進数に変換する場合、２進数に変換して１０進数に変換することができる。２進数の有限小数を１０進数に変換すると必ず有限小数になる。

エの１０進数の有限小数は８進数に変換すると、循環小数になる場合もある。

## 問37　エ

情報落ちの誤差に関する問題である。

情報落ちは、浮動小数点演算において絶対値の大きな値に、絶対値の小さな値を加算する場合、

指数部を揃えて計算するため、絶対値の小さな値が無視され誤差が発生する。加算の場合、両者の指数部を合わせるとき、小さい方の仮数部が右に大きくシフトし、有効ビット範囲の下位の桁が欠落する。

情報落ちを防ぐためには次の処置が必要である。

① 加算を行う場合に差の少ない数値の順に加算する。

② 絶対値の小さい値から加算する。

以上の内容から、絶対値の小さいものから計算するのは情報落ちの誤差の防止である。求める答えはエとなる。

アのアンダフロー、ウの桁落ちは、浮動小数点演算において非常に小さな指数表記の浮動小数点数同士の乗算を行うと、指数が指数部で表現できる範囲を下回ってしまうことであり、ほぼ等しい値の浮動小数点同士を減算すると、結果が非常に小さい値になるため表現できる範囲からもれたり、有効桁数が大幅に減ってしまうことである。

イの打ち切り誤差は、数値計算を途中で打ち切るために生じる誤差である。

## *問38　ウ*

相対丸め誤差に関する問題である。

絶対誤差は、｜測定値－真の値｜の絶対値で与えられる。

相対誤差は、次の式で計算する。

相対誤差＝絶対誤差×１００／真の値

真の値が不明の場合には、真の値の代わりに測定値を用いる場合がある。

２進数の　．０００１１００１１０　を１０進数に変換すると、

$2^{-4}+2^{-5}+2^{-8}+2^{-9}$

＝０．０６２５＋０．０３１２５＋０．００３９０６２＋０．００１９５３１

＝０．０９９６０９３

従って、相対誤差は

（０．１－０．０９９６０９３）／０．１＝０．００３９０７＝０．００４

０．４（%）となる。求める答えはウとなる。

## *問39　イ*

桁落ちに関する問題である。

桁落ちは、絶対値のほぼ等しい二つの数の絶対値の差を求めたときに、非常に小さい値になり、表現できる範囲からもれたり、有効桁が大幅に減じるために発生する誤差である。

また、非常に小さな指数表記の浮動小数点数同士の乗算を行うと、指数が指数部で表現できる範囲を下回ってしまうことにより、発生する誤差である。

アの３６５．２４２２＋０．００２４３７８３１の計算は、一定の数値にそれよりも大幅に小さい同符号の値の加算であるため、桁あふれが発生しても桁落ちは発生しない。

イは３６５．２４２５－３６４．２４２２＝０．０００３の計算は、絶対値がほぼ等しい二つの数の減算であるため有効桁数が減少して桁落ちが発生する。有効桁数の減少は次のようにして確認できる。０．０００３の逆数を考えると、１÷０．０００３＝３３３３．３…となり、２０４８＝$2^{11}$＜３３３３＜$2^{12}$＝４０９６であるから、最初の１が現れるのは１２ビット目となり、仮数３

２ビットの場合、正規化の条件から有効桁数が３２ビットから２１ビットに減少し、誤差が発生することになる。求める答えはイとなる。

ウの０．０００１２３４５６７×０．０００１１２２４４８

＝１．２３４５６７×１０$^{-3}$×１．１２２４４８×１０$^{-3}$

＝１．３８５７３×１０$^{-6}$

指数の表現範囲を超えないため桁落ちは発生しない。１０$^{-6}$は２$^{-20}$＝１６$^{-5}$程度であり、指数の表現範囲を超えない。

エの１．４１４２１３×１０$^{-40}$＋２．６４５７５１×$^{-50}$の計算は、指数部を調整して加算するため情報落ちによる誤差は発生するが、桁落ちは発生しない。

***問40　エ***

計算機の誤差と正規化に関する問題である。

アの切り上げは、決められた桁より小さい桁の数値を無視し、決められた桁の１桁上の桁の数値に１を加算することである。

イの切り捨ては、アの場合の１桁上の１の加算をしない場合である。

ウの桁上げは、ある桁での計算結果が、その桁で表すことのできる数を超えたときに、1つ上の桁へ加えられる数のことである。

エの正規化は、浮動小数点数表示の仮数部分の決められた数値範囲内に全数値を収めるように修正することである。０以外の数値に対して仮数部の絶対値の最上位桁が０以外になるように桁合わせをする操作である。求める答えはエとなる。